$$= \lim_{X \to 0^+} -2X + X \ln X = 0 = f(0)$$

f Continue à droite et à gauche en 0 donc f continue en 0.

*/ Dérivabilité de f en 0 :

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{2x - x \ln|x|}{x}$$

$$= \lim_{x \to 0} 2 - \ln|x| \qquad (\text{posons } X = |x|)$$

$$= \lim_{X \to 0^+} 2 - \ln X = +\infty$$

D'où f est non dérivable en 0.

2) a) $x \in \mathbb{R}^* \Rightarrow -x \in \mathbb{R}^*$ et

$$f(-x) = 2(-x) - (-x)\ln|-x|$$

$$= -2x + x \ln|x|$$

$$= -f(x)$$

$f(-0) = f(0) = -f(0) = 0$

Donc $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = -f(x)$

Par suite f est impaire.

b) f est impaire : on étudie f sur $Df \cap \mathbb{R}_+ = [0, +\infty[$

On a : f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$

et $f'(x) = (2x - x \ln x)'$

$$= 2 - (\ln x + 1)$$

$$= 1 - \ln x$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 = \ln x \Rightarrow x = e$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	|	+	0	−	
$f(x)$	0	↗	e	↘	$-\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x - x \ln x$$

$$= \lim_{x \to +\infty} x(2 - \ln x) = -\infty$$

$f(e) = 2e - e \ln e = 2e - e = e$

f est impaire $\Rightarrow 0$ est une centre de symétrie pour C

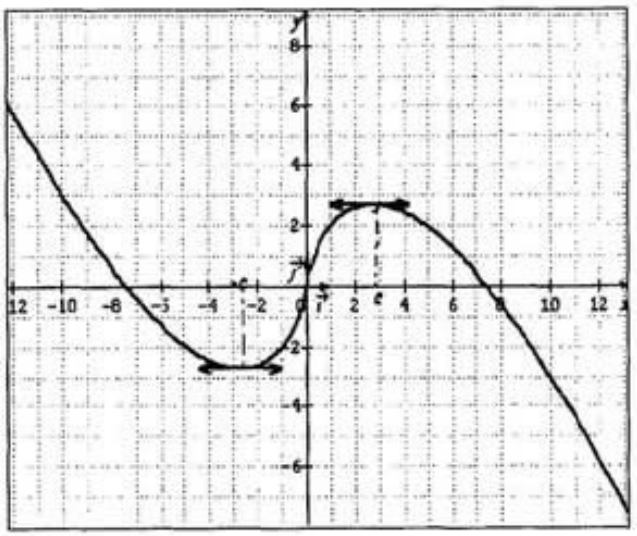
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x - x \ln x}{x}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} 2 - \ln x = -\infty$$

$\Rightarrow C_f$ admet une branche infinie parabolique de direction $(o, \vec{j})$.

C admet une tangente verticale en 0.

COURBE :



Exercice 10

1) •/ $Df = \{x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 \neq 0\}$.

$= \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

•/ $x \in Df$ et $-x \in Df$

$$f(-x) = \ln|(-x)^2 - 1| = \ln|x^2 - 1| = f(x)$$

D'où f est paire.

On étudie f sur $\mathbb{R}_+$ $\cap Df = [0,1[\cap]1, +\infty[$.

2) f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$. et

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}.$$

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn